

DS n°1 : Les nombres premiers

Exercice 1 : 5 points

1./ Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres suivants (en faisant apparaître les schémas ou calculs intermédiaires) :

$$1\ 430 = 2 \times 5 \times 11 \times 13$$

$$660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$21\ 450 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11 \times 13 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 11 \times 13$$

2./ Quel est le plus grand diviseur commun à ces trois nombres ?

D'abord regardons les diviseurs qui apparaissent dans les décompositions :

$$1\ 430 = 2 \times 5 \times 11 \times 13$$

$$660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$21\ 450 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11 \times 13$$



Ensuite regardons les combinaisons possibles :

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 11 = 22$$

$$5 \times 11 = 55$$

$$2 \times 5 \times 11 = 110$$

Les diviseurs communs sont : 2 ; 5 ; 10 ; 11 ; 22 ; 55 et 110.

110 est le plus grand diviseur commun.

Exercice 2 : 5 points



Après une chasse de plusieurs mois, le capitaine Flint a réussi à dérober le trésor du galion espagnole *L'urca de Lima*.

Le trésor est composé de 8 580 pièces d'or, de 2 310 diamants et de 1 650 rubis.

Le capitaine Flint décide de répartir le butin équitablement entre ses marins. Pour cela, il crée le plus grand nombre de lots identiques, comprenant chacun des pièces d'or, des diamants et des rubis.



1./ Quelle sera la composition d'un lot ?

Pour trouver la composition d'un lot, on peut commencer par décomposer 8 580 ; 2 310 ; et 1 650 en produit de facteurs premiers, afin de trouver le plus grand diviseur commun, ce qui nous donnera le nombre de lots.

$$8\ 580 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11 \times 13$$

$$2\ 310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$1\ 650 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 11$$

Trouvons le plus grand diviseur commun. Mais d'abord trouvons les diviseurs visibles dans les décompositions :

$$8\,580 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11 \times 13$$

$$2\,310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$1\,650 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11$$

Le plus grand diviseur commun sera la combinaison : $2 \times 3 \times 5 \times 11 = 330$

Le capitaine Flint fera donc d'abord 330 lots. Si nous divisons 8 580 ; 2 310 et 1 650 par 330, on aura la composition de chaque lot.

$$\frac{8\,580}{330} = 26$$

$$\frac{2\,310}{330} = 7$$

$$\frac{1\,650}{330} = 5$$

Chaque lot sera composé de 26 pièces d'or, de 7 diamants et de 5 rubis.

2./ Sachant que le capitaine Flint récupère 20 lots pour lui-même, combien son équipage compte-t-il de marins ?

Sachant qu'il y a 330 lots, il suffit de soustraire ce nombre par 20 :

$$330 - 20 = 310$$

L'équipage du capitaine Flint compte 310 marins.