

Chapitre 1 : Qu'est-ce qu'un nombre premier ?

Bilan : Qu'est-ce qu'un nombre premier ? Comment peut-on les utiliser ?

Définition : Un nombre premier est un nombre entier qui n'est divisible que par deux nombres : 1 et lui-même.

Voici la liste des 25 premiers nombres premiers :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97.

Propriété : Tout nombre qui n'est pas un nombre premier peut s'écrire sous forme d'un produit composé uniquement de nombres premiers.

Exemple : Décomposons 55 et 462 en produit de facteurs premiers.

55		5
11		11
1		

$$\text{Donc } 55 = 5 \times 11$$

462		2
231		3
77		11
7		7
1		

$$\text{Donc } 462 = 2 \times 3 \times 11 \times 7$$

Exercice 1 :

1./ Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers :

910

1 430

520 560

2./ Quels sont tous les diviseurs communs à ces nombres ?

3./ Quel est le plus grand diviseur commun ?

Exercice 2 : BREVET juillet 2019

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

1./ Décomposer 69, 1 150 et 4 140 en produit de facteurs premiers.

2./ Quels sont les diviseurs communs à ces trois nombres ?

3./ Le capitaine partage le trésor équitablement entre les marins. Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

Exercice 3 :

Pour une kermesse, un comité des fêtes dispose de 378 peluches et 270 DVD. Il veut faire le plus grand nombre de lots identiques en utilisant toutes les peluches et tous les DVD.

1./ Combien y aura-t-il de lots identiques ?

2./ Quelle sera la composition de chaque lot ?

CORRECTIONS :

Exercice 1 :

1./

$$910 = 2 \times 5 \times 7 \times 13$$

$$1\,430 = 2 \times 5 \times 11 \times 13$$

$$520\,560 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 13 \times 23 \times 29 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13 \times 23 \times 29$$

2./ On entoure d'abord les diviseurs communs visibles dans les décompositions :

$$910 = 2 \times 5 \times 7 \times 13$$

$$1\,430 = 2 \times 5 \times 11 \times 13$$

$$520\,560 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 13 \times 23 \times 29 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13 \times 23 \times 29$$

Ensuite, on peut regarder les combinaisons que l'on peut faire :

On peut avoir :

$$2 \times 5 = 10$$

$$5 \times 13 = 65$$

$$2 \times 13 = 26$$

$$2 \times 5 \times 13 = 130$$

Voici la liste des diviseurs communs :

$$2; 5; 10; 13; 26; 65; 130$$

3./ Le plus grand diviseur commun est 130.

Exercice 2 :

1./

$$69 = 3 \times 23$$

$$1\ 150 = 2 \times 5 \times 5 \times 23 = 2 \times 5^2 \times 23$$

$$4\ 140 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23$$

2./ Commençons par entourer les diviseurs communs visibles dans la décomposition :

$$69 = 3 \times 23$$

$$1\ 150 = 2 \times 5 \times 5 \times 23 = 2 \times 5^2 \times 23$$

$$4\ 140 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23$$

Il n'y a qu'un seul diviseur commun, c'est 23.

3./ Il ne peut diviser le nombre de perles, pièces et diamants seulement par 23, s'il veut faire une répartition identique. Il y a donc 23 marins (ou 22 marins plus le capitaine).

Exercice 3 :

1./ Pour répondre à cette question, nous devons décomposer 378 et 270 en produit de facteurs premiers, et trouver le plus grand commun diviseur pour trouver le plus grand nombre de lots identiques.

$$378 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^3 \times 7$$

$$270 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2 \times 3^3 \times 5$$

Entourons d'abord les diviseurs communs qui apparaissent dans la décomposition :

$$378 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$270 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$

Regardons ensuite les combinaisons :

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$$

La liste est la suivante :

$$2; 3; 6; 9; 18; 27; 54$$

Le plus grand diviseur commun est 54.

On pourra donc faire au maximum 54 lots identiques.

2./ Pour savoir quelle sera la composition des lots on divise 378 et 270 par 54 :

$$\frac{378}{54} = 7$$

$$\frac{270}{54} = 5$$

Chaque lot sera composé de 7 peluches et 5 DVD.