

## Chapitre 6 : Statistiques

### I./ Quelques rappels & utilisation du tableur

#### Activité :

Voici les résultats obtenus par l'Olympique de Marseille en Ligue 1 du 08 Août 2021 au 13 février 2022 :

Date	Match	Résultat
08/08/2021	Montpellier-OM	2 - 3
15/08/2021	OM - Bordeaux	2 - 2
28/08/2021	OM - ASSE	3 - 1
11/09/2021	ASM - OM	0 - 2
19/09/2021	OM - Rennes	2 - 0
22/09/2021	Angers - OM	0 - 0
26/09/2021	OM - RC Lens	2 - 3
03/10/2021	LOSC - OM	2 - 0
17/10/2021	OM - Lorient	4 - 1
24/10/2021	OM-PSG	0 - 0
27/10/2021	OGC Nice -OM	1 -1
31/10/2021	Clermont - OM	0 - 1
07/11/2021	OM - Metz	0 - 0
28/11/2021	OM - Troyes	1 - 0
01/12/2021	Nantes - OM	0 - 1
04/12/2021	OM - Brest	1 - 2
12/12/2021	Strasbourg - OM	0 - 2
22/12/2021	OM - Reims	1 - 1
07/01/2022	Bordeaux - OM	0 - 1
16/01/2022	OM - LOSC	1 -1
22/01/2022	RC Lens - OM	0 -2
01/02/2022	OL - OM	2 - 1
04/02/2022	OM - Angers	5 - 2
13/02/2022	Metz - OM	1 - 2

#### Première partie :

1./ Recopier et remplir le tableau suivant, regroupant le nombre de matchs durant lesquels l'équipe a inscrit 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ou 5 buts :

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5
Effectif (nombre de matchs)						

2./ Quelle est l'étendue de cette série ?

3./ En moyenne, combien l'équipe de l'OM a-t-elle inscrit de buts par match ?

4./ A quelle fréquence l'équipe inscrit-elle deux buts lors d'un match ?

5./ Lors du premier match de la saison, 5 buts ont été inscrits (2 par Montpellier, et 3 par l'OM).  
Calculer la moyenne du nombre de buts inscrits durant les matchs disputés par l'OM cette saison.

### Deuxième partie :

Dans cette partie nous allons considérer deux séries :

1. La première comprendra les 5 premiers matchs de la saison ;
2. La seconde comprendra les 4 derniers matchs donnés dans le tableau de départ.

6./ Ecrire dans l'ordre croissant le nombre de buts inscrits par l'OM pour chacun des cinq premiers matchs de la saison. (ATTENTION, écrire plusieurs fois le même nombre s'il revient plusieurs fois, par exemple : 0 ; 0 ; 1 ; 2 ; 2 ; 3).

7./ Même question avec les quatre derniers matchs.

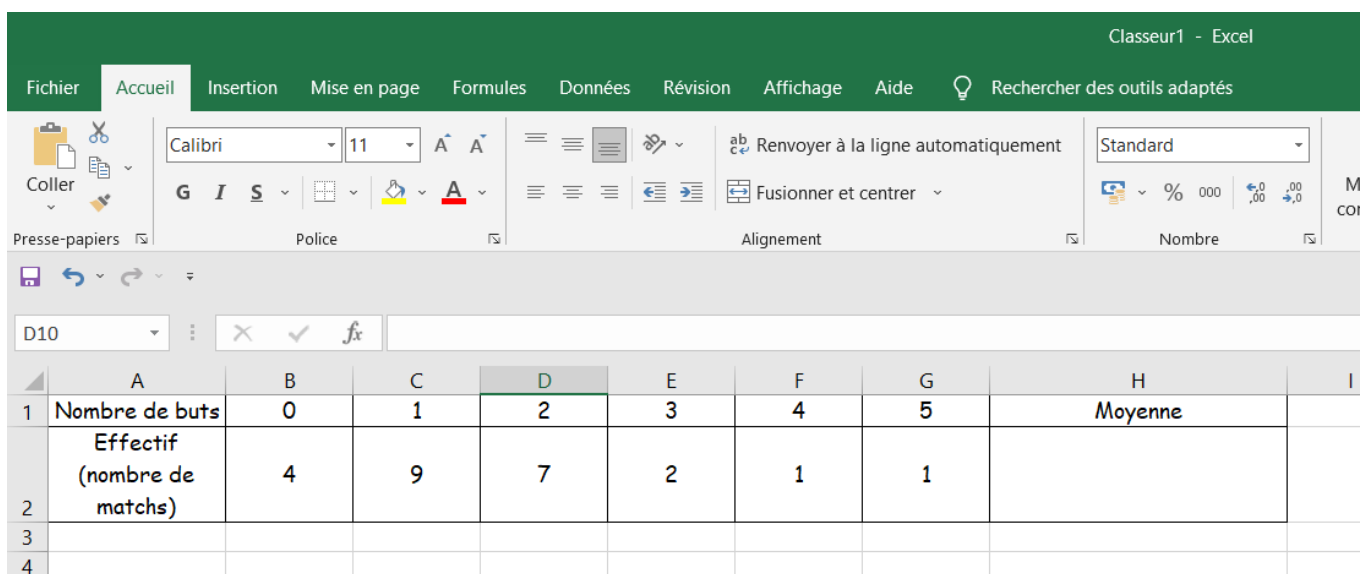
8./ Pour chacune des séries, quelle valeur sépare la série en deux parties égales ? Cette valeur s'appelle la médiane.

### Troisième partie (salle informatique) :

Dans cette partie nous allons travailler avec un logiciel de tableur.

1./ Recopier le tableau de la première question de la première partie sur le logiciel tableur.

2./ Nous allons ajouter une colonne intitulée moyenne comme sur l'exemple ci-dessous :

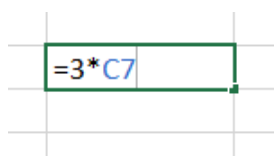


The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following table data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	Moyenne	
2	Effectif (nombre de matchs)	4	9	7	2	1	1		
3									
4									

3./ Nous allons maintenant calculer la moyenne. Pour cela nous allons entrer une formule. Dans un logiciel tableur, pour entrer une formule nous commençons par « = ».

Exemple :



The screenshot shows a single Excel cell with the formula  $=3 * C7$  entered.

Calculez la moyenne de buts dans la colonne moyenne.

4./ Il existe une autre méthode pour calculer la moyenne d'une série statistique. Pour cela, il faut réécrire toutes les valeurs en colonne (ici nous le ferons dans l'ordre croissant), comme ceci :

	B	C
	0	
	0	
	0	
	0	
	1	
	1	
	1	
	1	
	1	
	1	
	1	
	1	
	1	
	2	
	2	
	2	
	2	
	2	
	2	
	2	
	2	
	2	
	2	
	2	
	2	
	3	
	3	
	4	
	5	

Ensuite nous allons écrire dans une case :

$$= \text{moyenne}($$

Et sélectionnerons toutes les valeurs, comme dans l'exemple ci-dessous :

	A	B	C	D	E
4					
5		0			
6		0			
7		0			
8		0			
9		1			
10		1			
11		1			
12		1			
13		1			
14		1			
15		1			
16		1			
17		1			
18		2			
19		2			
20		2			
21		2			
22		2			
23		2			
24		2			
25		3			
26		3			
27		4			
28		5			
29					

=moyenne(B5:B28)

Puis nous fermerons la parenthèse et appuierons sur Entrée.

4./ Nous pouvons faire pareil pour la médiane :

$$= \text{mediane}($$

Correction :

Première partie :

1./

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5
Effectif (nombre de matchs)	4	9	7	2	1	1

2./

$$5 - 0 = 5$$

L'étendue de cette série est 5.

3./

$$\frac{4 \times 0 + 1 \times 9 + 2 \times 7 + 3 \times 2 + 4 \times 1 + 5 \times 1}{24} \approx 1,58$$

L'OM marque en moyenne 1,58 buts par match.

4./ Pour rappel :

$$fréquence = \frac{effectif}{effectif\ total}$$

Ici l'effectif de 2 buts est 7 matchs. L'effectif total est 24 matchs.

Donc :

$$f_{2buts} = \frac{7}{24} \approx 0,29 = 29\%$$

L'OM marque exactement 2 buts dans 29% des matchs joués.

5./ Il y a eu 59 buts au total sur 24 matchs joués.

$$moyenne = \frac{59}{24} \approx 2,46$$

Il y a environ 2,46 buts par match, qui sont marqués lors des matchs disputés par l'OM.

Partie 2 :

6./

2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3

7./

1 ; 2 ; 2 ; 5

8./

Pour la première série on voit que c'est 2 qui coupe la série en deux.

Pour la seconde on voit que c'est une valeur se situant entre 2 et 2, c'est donc également 2.

## II./ Médiane d'une série statistique

Définition : La médiane d'une série dont les valeurs sont **ordonnées** est la plus petite valeur telle qu'il y ait au moins la moitié de l'effectif inférieur à cette valeur.

Exemple 1 (effectif total impair) : On demande à 15 personnes de nous dire quel est le temps qu'elles consacrent à leur petit déjeuner. Voici les réponses en minutes :

16 ; 10 ; 1 ; 5 ; 3 ; 17 ; 15 ; 10 ; 6 ; 3 ; 5 ; 11 ; 22 ; 15 ; 15.

**Pour trouver la médiane de cette série, nous devons d'abord ranger ces valeurs dans l'ordre croissant :**

1 ; 3 ; 3 ; 5 ; 5 ; 6 ; 10 ; 10 ; 11 ; 15 ; 15 ; 15 ; 16 ; 17 ; 22.

Nous devons ensuite, connaître l'effectif total, c'est-à-dire, nous devons savoir combien de personnes ont répondu. L'effectif total est de 15.

L'effectif total est un nombre impair, la médiane sera donc la valeur qui coupe la série en deux parties égales. Pour savoir quelle valeur la médiane est, nous divisons l'effectif total par 2 :

$$15 \div 2 = 7,5$$

Ce calcul nous donne 7,5 on peut donc dire que la médiane ne sera pas la 7<sup>ème</sup> valeur, mais la 8<sup>ème</sup> valeur de la série. La médiane est donc de 10 minutes :  $Me = 10$ .

Exemple 2 (effectif total pair) : On demande à 16 personnes de nous dire quel est le temps qu'elles consacrent à leur petit déjeuner. Voici les réponses en minutes :

16 ; 8 ; 1 ; 5 ; 3 ; 17 ; 13 ; 10 ; 6 ; 3 ; 7 ; 11 ; 22 ; 15 ; 15 ; 0.

Rangeons les valeurs dans l'ordre croissant :

0 ; 1 ; 3 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10 ; 11 ; 13 ; 15 ; 15 ; 16 ; 17 ; 22.

L'effectif total est 16. Divisons-le par 2 :  $16 \div 2 = 8$ .

Comme l'effectif total est un nombre pair, la médiane ne sera pas la 8<sup>ème</sup> valeur comme donné par le calcul. Mais la médiane sera comprise entre la 8<sup>ème</sup> et la 9<sup>ème</sup> valeur. Nous allons donc faire la **demi-somme** de ces deux valeurs :

$$\text{La } 8^{\text{ème}} \text{ valeur est } 8 \text{ et la } 9^{\text{ème}} \text{ valeur est } 10 : \frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9.$$

La médiane est donc de 9 minutes.  $Me = 9$ .

Exercice 1 : On demande à 11 personnes de nous dire combien elles possèdent de paires de chaussures.

Voici les réponses :

4 ; 5 ; 11 ; 1 ; 3 ; 7 ; 6 ; 10 ; 20 ; 1 ; 2.

Quelle est la médiane de cette série ?

Réponse :

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10 ; 11 ; 20.

L'effectif total est 11.

$$11 \div 2 = 5,5$$

La médiane est la 6<sup>ème</sup> valeur :  $Me = 5$ .

La médiane est de 5 paires de chaussures.

Exercice 2 : On demande à 10 couples le nombre d'enfants qu'ils ont. Voici les réponses :

0 ; 0 ; 2 ; 3 ; 1 ; 1 ; 0 ; 2 ; 1 ; 0.

Quelle est la médiane de cette série ?

Réponse :

0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 3.

L'effectif total est 10.

$$10 \div 2 = 5.$$

La médiane est comprise entre la 5<sup>ème</sup> et la 6<sup>ème</sup> valeur.  $Me = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ .

La médiane est de 1 enfant.

## Exercices : Statistiques

### Exercice 1 :

Luke est un accro du smartphone. Snapchat est son application préférée.

Le père de Luke, regarde combien de Snaps son fils a envoyé dans la semaine. Voici ce qu'il obtient.

*Lundi : 45 photos ; 22 vidéos et 33 chats.*

*Mardi : 37 photos ; 35 vidéos ; 105 chats.*

*Mercredi : 52 photos ; 72 vidéos ; 325 chats.*

*Jeudi : 12 photos ; 22 vidéos ; 42 chats.*

*Vendredi : 36 photos ; 52 vidéos ; 55 chats.*

*Samedi : 18 photos ; 0 vidéos ; 122 chats.*

*Dimanche : 120 photos ; 12 vidéos ; 231 chats.*

- 1./ En moyenne, Luke envoie-t-il plus de photos, plus de vidéos, ou plus de chats par jour ?
- 2./ Parmi les Snaps envoyés Lundi, quelle est la fréquence de chats envoyés ?
- 3./ Parmi les Snaps envoyés Dimanche, quelle est la fréquence de vidéos envoyées ?
- 4./ Quel est le nombre de photos médian envoyé dans la semaine par Luke ?

### Correction :

1./ Calculons les moyennes de photos, vidéos et chats envoyés par jour de la semaine :

Photos :

$$\frac{45 + 37 + 52 + 12 + 36 + 18 + 120}{7} = \frac{320}{7} \approx 45,7$$

Vidéos :

$$\frac{22 + 35 + 72 + 22 + 52 + 0 + 12}{7} = \frac{215}{7} \approx 30,7$$

Chats :

$$\frac{33 + 105 + 325 + 42 + 55 + 122 + 231}{7} = \frac{913}{7} \approx 130,4$$

En moyenne, Luke envoie plus de chats que de photos ou de vidéos par jour.

2./  $45 + 22 + 33 = 100$

Luke a envoyé 100 Snaps ce Lundi, dont 33 chats.

$$\frac{33}{100} = 33\%$$

Luke a envoyé 33% de chats le Lundi.

$$3./ 120 + 12 + 231 = 363$$

Luke a envoyé 363 Snaps Dimanche, dont 12 photos.

$$\frac{12}{363} \approx 0,033 = 3,3\%$$

Luke a envoyé environ 3,3% de vidéos sur la journée de Dimanche.

4./ Ecrivons par ordre croissant le nombre de photos envoyées selon les jours :

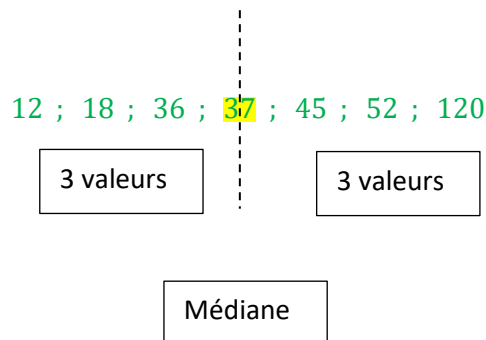
12 ; 18 ; 36 ; 37 ; 45 ; 52 ; 120

Il y a 7 jours :

$$\frac{7}{2} = 3,5$$

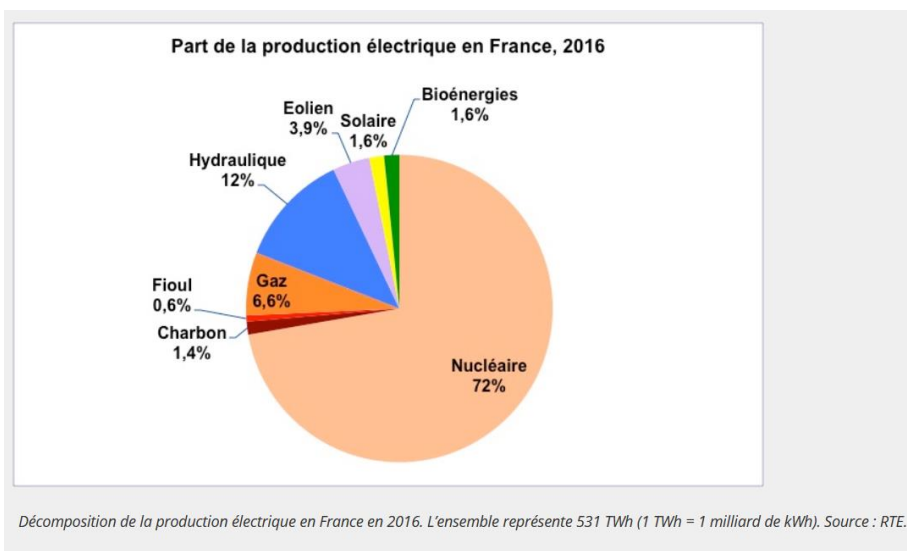
La médiane sera égale à la 4<sup>ème</sup> valeur.

Il c'est 37. Le nombre médian de photos envoyées par jour est 37. C'est-à-dire que la moitié du temps il a envoyé moins de 37 photos.



## Exercice 2 :

Ci-dessous un diagramme représentant la décomposition de la production d'énergie électrique en France en 2016 :





1./ Quelle source de production électrique est majoritaire en France en 2016 ?

2./ Combien de TWh est produite par cette source d'énergie en 2016 ?

3./ Ali doit faire un exposé sur les énergies renouvelables. Il va sur le site Wikidia et trouve ceci :



D'après ce qu'a trouvé Ali et d'après le premier document, quelle est la part d'énergies renouvelables utilisée pour produire de l'électricité en France en 2016 ?

### Correction :

1./ En France c'est la production d'électricité par énergie nucléaire qui est majoritaire en 2016 (72% de la production).

2./ En tout il y a 531 TWh produits en France en 2016. On fait donc le calcul suivant :

$$531 \times \frac{72}{100} = 382,32 \text{ TWh}$$

L'énergie nucléaire a contribué à produire 382,32 TWh en 2016 en France.

On pouvait aussi utiliser ce tableau de proportionnalité :

Energie (TWh)	531	*	
%	100		72

$$\frac{531 \times 72}{100} = 382,32 \text{ TWh}$$

3./ D'après ce que trouve Ali sur Wikidia, on peut dire que les énergies hydraulique, éoliennes, solaires et les biomasses (ou bioénergies) sont des énergies renouvelables.

$$12\% + 3,9\% + 1,6\% + 1,6\% = 19,1\%$$

En France en 2016, la production d'énergie électrique par énergie renouvelable correspond à 19,1% de la production.

### Exercice 3 : BREVET Amérique du Sud 2018 :

Dans tout l'exercice, on étudie les performances réalisées par les athlètes qui ont participé aux finales du 100 m masculin des Jeux Olympiques de 2016 et de 2012.

On donne ci-dessous des informations sur les temps mis par les athlètes pour parcourir 100 m.

#### **Finale du 100 m aux Jeux Olympiques de 2016 :**

Temps réalisés par tous les finalistes :

10,04 s	9,96 s	9,81 s	9,91 s	10,06 s	9,89 s	9,93 s	9,94 s
---------	--------	--------	--------	---------	--------	--------	--------

#### **Finale du 100 m aux Jeux Olympiques de 2012 :**

•	nombre de finalistes	.....	8
•	temps le plus long	.....	11,99 s
•	étendue des temps	.....	2,36 s
•	moyenne des temps	.....	10,01 s
•	médiane des temps	.....	9,84 s

1. Quel est le temps du vainqueur de la finale en 2016?
2. Lors de quelle finale la moyenne des temps pour effectuer 100 m est-elle la plus petite?
3. Lors de quelle finale le meilleur temps a-t-il été réalisé?
4. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse?

**Affirmation :** « Seulement trois athlètes ont mis moins de 10 s à parcourir les 100 m de la finale de 2012 ».

5. C'est lors de la finale de 2012 qu'il y a eu le plus d'athlètes ayant réussi à parcourir le 100 m en moins de 10 s.

Combien d'athlètes ont-ils réalisé un temps inférieur à 10 s lors de cette finale de 2012?

#### Correction :

1. Temps du vainqueur : 9,81 s.
2. Moyenne des huit temps en 2016 :  $\frac{10,04 + 9,96 + \dots + 9,94}{8} = \frac{79,54}{8} = 9,9425$ .  
Elle est donc inférieure à la vitesse moyenne en 2012.
3. Le meilleur temps en 2012 est le temps le plus long moins l'étendue des temps soit  $11,99 - 2,36 = 9,63$  s.  
Le meilleur temps a été réalisé en 2012.
4. En 2012, la médiane était de 9,84 s, donc 4 coureurs ont fait un temps inférieur ou égal à 9,84 s donc inférieur à 10 s : l'affirmation est fausse.
5. En 2016, 6 athlètes ont couru en moins de 10 s, donc en 2012 il y en a eu au moins 7, mais pas 8 car le plus lent a couru en 11,99 s.  
Donc dans la finale de 2012, 7 coureurs ont couru en moins de 10 s.

Exercice 3

17 points

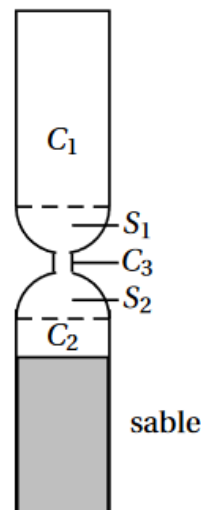
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Un sablier est composé de

- Deux cylindres  $C_1$  et  $C_2$  de hauteur 4,2 cm et de diamètre 1,5 cm
- Un cylindre  $C_3$
- Deux demi-sphères  $S_1$  et  $S_2$  de diamètre 1,5 cm

On rappelle le volume  $V$  d'un cylindre d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  :

$$V = B \times h.$$



1. a. Au départ, le sable remplit le cylindre  $C_2$  aux deux tiers. Montrer que le volume du sable est environ  $4,95 \text{ cm}^3$ .  
 b. On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à  $1,98 \text{ cm}^3/\text{min}$ , calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.

2. En réalité, le débit d'écoulement d'un même sablier n'est pas constant.

Dans une usine où on fabrique des sabliers comme celui-ci, on prend un sablier au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement de ce sablier.

Voici les différents temps récapitulés dans le tableau suivant :

Temps mesuré	2 min 22 s	2 min 24 s	2 min 26 s	2 min 27 s	2 min 28 s	2 min 29 s	2 min 30 s
Nombre de tests	1	1	2	6	3	7	6

Temps mesuré	2 min 31 s	2 min 32 s	2 min 33 s	2 min 34 s	2 min 35 s	2 min 38 s
Nombre de tests	3	1	2	3	2	3

- a. Combien de tests ont été réalisés au total?
- b. Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé :
  - L'étendue des temps est inférieure à 20 s.
  - La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.
  - La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

Le sablier testé sera-t-il éliminé?

1. a. Le diamètre de  $C_2$  est 1,5 cm. Son rayon est donc  $\frac{1,5}{2} = 0,75$  cm.

L'aire  $B$  de sa base est  $\pi \times r^2 = \pi \times 0,75^2$ .

Son volume est  $V = B \times h = \pi \times 0,75^2 \times 4,2$ .

Le volume de sable est  $\frac{2}{3} \times \pi \times 0,75^2 \times 4,2$ , soit environ  $4,95 \text{ cm}^3$ .

L'aire d'un disque de rayon  $r$  est  $\pi \times r^2$ .

- b. On a : volume = vitesse d'écoulement  $\times$  temps.

Donc le temps d'écoulement est  $\frac{\text{volume}}{\text{vitesse d'écoulement}} = \frac{4,95}{1,98} = 2,5$ .

Le temps d'écoulement est 2,5 minutes, soit 2 minutes 30 secondes.

2. a. On a :  $1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 + 6 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 = 40$ .

On a effectué 40 tests.

- b. • La plus grande valeur est 2 min 38 s et le plus petite est 2 min 22 s.

La différence (étendue de la série) est de 16 secondes, inférieure à 20 s.

- La médiane est la moyenne entre la 20<sup>e</sup> valeur de la série ordonnée et la 21<sup>e</sup> valeur.

Or, on a  $1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 = 20$ , donc la 20<sup>e</sup> valeur est 2 min 29 s et la 21<sup>e</sup> est 2 min 30.

La médiane est bien comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.

- Comme tous les temps commencent par 2 min, il suffit de faire la moyenne des secondes en faisant :

$$\frac{1 \times 22 + 1 \times 24 + \dots + 2 \times 35 + 3 \times 38}{40} = \frac{1204}{40} = 30,1.$$

– Le temps moyen d'écoulement est 2 min 30,1 s.

– La moyenne est entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

– Le sablier testé ne sera pas rejeté.