

Chapitre 4.0 : Puissances et racines carrées

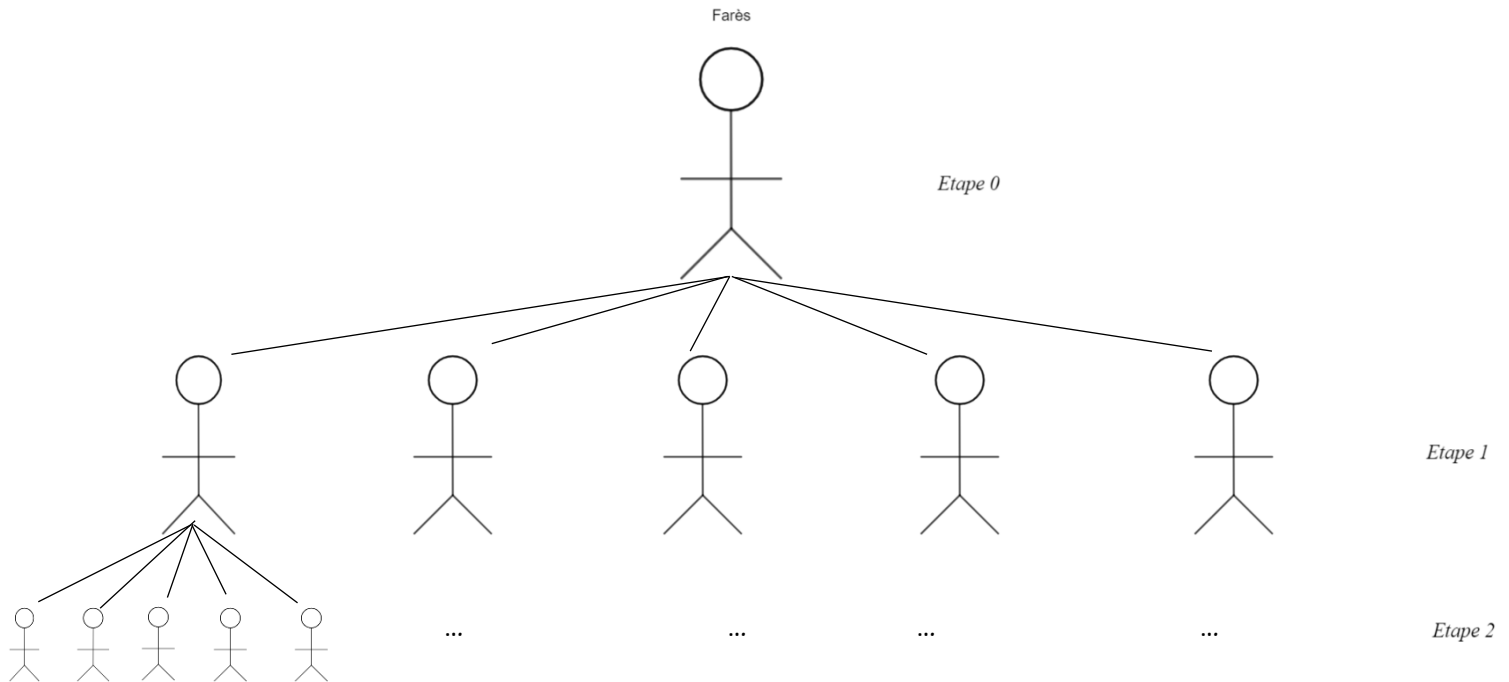
I./ Puissances

Activité :

Au collège Henri Wallon Farès lance la rumeur qu'à l'école ouverte, pendant un match de football, monsieur Nacio aurait pris un petit pont par Nawfel.

Farès en parle à 5 élèves, qui chacun vont en parler à 5 nouveaux élèves. L'opération se répète ainsi, et chaque élève en parle à 5 nouveaux élèves.

Considérons l'étape 0 où seul Farès est en connaissance de la rumeur qu'il va lancer. L'étape 1 sera alors quand 6 élèves sont en connaissance de la rumeur (Farès + les 5 élèves prévenus) :



- 1./ Combien de nouveaux élèves auront entendu cette rumeur à l'étape 2 ?
- 2./ Combien d'élèves au total connaissent la rumeur à l'étape 2 (Farès compris) ?
- 3./ Sachant qu'il y a 625 élèves au collège Henri Wallon, pendant quelle étape tout le collège sera au courant de la rumeur ?

On note 5^n le produit de n facteurs tous égaux à 5. C'est la notation « **puissance** ».

4./ Ecrire à l'aide de la notation « **puissance** » le nombre de **nouveaux élèves** prévenus à partir de l'étape 8.

5./ Comparer ce résultat avec le résultat de 5×8 et conclure sur cet écart entre les deux résultats.

Questionner les élèves sur cette différence.

Demander aux élèves de remarquer combien d'élèves connaissent la rumeur à l'étape 0 et à l'étape 1 et d'en conclure la valeur de 5^0 et 5^1 .

Correction :

1./ Deux façons de répondre :

1. La première compléter le schéma et compter 25 élèves ;
2. La seconde faire le produit : $5 \times 5 = 25$.

Il y aura 25 nouveaux élèves au courant de cette rumeur à l'étape 2.

2./ Deux façons de répondre :

1. La première, compter le nombre d'élèves : 31 élèves ;
2. La seconde, faire la somme : $1 + 5 + 25 = 31$.

31 élèves seront au courant de cette rumeur à l'étape 2.

3./ Deux façons :

1. La première, l'élève compte à tâtons en oubliant de faire la somme :
 - a. $5 \times 5 \times 5 = 125$ élèves à l'étape 3 ;
 - b. $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ élèves à l'étape 4.

C'est à l'étape 4 que tout le collège sera au courant.

ATTENTION : Cette façon n'est pas une bonne façon car elle oublie d'ajouter tous les élèves qui sont au courant dans les étapes précédentes !!!

2. La deuxième, l'élève n'oublie pas de tout compter et fait :
 - a. $1 + 5 + 5 \times 5 + 5 \times 5 \times 5 = 156$ élèves à l'étape 3 ;
 - b. $1 + 5 + 5 \times 5 + 5 \times 5 \times 5 + 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 781$ élèves à l'étape 4.

C'est pendant l'étape 4 que tout le collège sera au courant. En revanche, l'étape 4 n'aura pas le temps de se terminer.

4./ $5^8 = 390\,625$

A l'étape 8, 390 625 nouveaux élèves sont au courant de la rumeur.

5./ $5 \times 8 = 40$

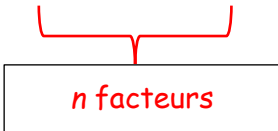
On remarque qu'il y a une grosse différence entre les deux résultats :

$$390\,625 - 40 = 390\,585$$

Cela vient du fait de la multiplication. On augmente plus vite en multipliant qu'en additionnant.

Bilan de l'activité :

Pour tout nombre relatif a et tout nombre entier positif non nul n on peut écrire que :

$$a^n = a \times a \times \dots \times a$$


n facteurs

a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n ».

Conventions :

Pour tout nombre a non nul :

- $a^0 = 1$;
- $a^1 = a$;
- a^2 se lit : « a au carré » ;
- a^3 se lit : « a au cube ».

Exemple : Calculez sans calculatrice :

$$2^5 = \quad 11^0 = \quad 121^1 = \quad (-3)^4 =$$

Correction :

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \quad 11^0 = 1 \quad 121^1 = 121$$

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$$

II./ Racines carrées

$$1^2 = 1 \times 1 = 1$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$6^2 = 6 \times 6 = 36$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$8^2 = 8 \times 8 = 64$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$9^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$\sqrt{100} = 10$$

$$11^2 = 11 \times 11 = 121$$

$$\sqrt{121} = 11$$

Définition : Soit a un nombre positif. On appelle **racine carrée d'un nombre positif** a notée \sqrt{a} , le nombre positif dont le carré vaut a .

Soit, pour tout nombre positif a , $(\sqrt{a})^2 = a$

Exercice

1./Donne les valeurs des racines carrées suivantes :

$$\sqrt{169} = 13$$

$$\sqrt{225} = 15$$

$$\sqrt{400} = 20$$

2./ A l'aide de la calculatrice trouve une valeur approchée au centième des racines carrées suivantes :

$$\sqrt{53} \approx 7,28$$

$$\sqrt{105} \approx 10,25$$

$$\sqrt{112} \approx 10,58$$