

Séquence 7 : Divisions

I./ Division euclidienne

La division euclidienne est l'opération qui associe à deux entiers naturels (dividende et diviseur), deux autres entiers naturels (quotient et reste).

Exemple 1 :

dividende

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 42 \\ \hline 3 \end{array}$$

reste

diviseur

$$6 \overline{) 45} \\ \underline{42} \\ 3$$

quotient

$$45 = (6 \times 7) + 3$$

Exemple 2 : Josiane, Kethya et Juan ont un groupe de musique. Ils ont donné un concert dans un restaurant. Ils ont été rémunéré 84 €. Ils veulent répartir cette somme équitablement. Combien chacun a-t-il gagné d'argent ?

On fait la division euclidienne de 84 par 3.

DIVIDENDE

$$\begin{array}{r} 84 \\ \underline{24} \\ 60 \\ \underline{54} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

DIVISEUR

QUOTIENT

RESTE

$2 \times 3 = 6$ et $3 \times 3 = 9 (> 8)$

$8 \times 3 = 24$

$$84 \div 3 = 28$$

Ils ont gagné 28 € par personne.

Exemple 3 : Fanny, Marius et César ont trouvé 85 € par terre dans une enveloppe. Ils veulent se répartir équitablement la somme. Combien chacun va-t-il avoir ?

On fait la division euclidienne de 85 par 3.

DIVIDENDE ↓ DIVISEUR
 $85 \mid 3$
QUOTIENT
RESTE

$2 \times 3 = 6$ et $3 \times 3 = 9 (> 8)$
 $8 \times 3 = 24$

Chacun va avoir 28 €, et il restera 1 € qui ne peut pas être partagé.

ATTENTION : LE RESTE DOIT ETRE INFERIEUR AU DIVISEUR !

Exercices : Division euclidienne

Exercice 1 : Soit la division euclidienne suivante :

- 1./ Quel est le diviseur ?
- 2./ Quel est le dividende ?
- 3./ Quel est le reste ?
- 4./ Quel est le quotient ?
- 5./ Ecrire 195 sous forme d'une somme.

$$\begin{array}{r}
 195 \mid 8 \\
 - 16 \\
 \hline
 35 \\
 - 32 \\
 \hline
 3
 \end{array}$$

Correction :

- 1./ Le diviseur est 8.
- 2./ Le dividende est 195.
- 3./ Le reste est 3.
- 4./ Le quotient est 24.
- 5./ $195 = 8 \times 24 + 3$

Exercice 2 : Poser les divisions euclidiennes suivantes :

- 1./ $564 \div 18$
- 2./ $278 \div 25$
- 3./ $657 \div 254$

Correction :

$$\begin{array}{r}
 564 \mid 18 \\
 - 54 \\
 \hline
 024 \\
 - 18 \\
 \hline
 006
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 278 \mid 25 \\
 - 25 \\
 \hline
 028 \\
 - 25 \\
 \hline
 003
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 657 \mid 254 \\
 - 508 \\
 \hline
 149
 \end{array}$$

Exercice 3 :

Une entreprise produit 5 184 bouteilles d'eau par jour. Ces bouteilles sont ensuite regroupées pour constituer des packs de 6 bouteilles.

Combien de packs d'eau l'entreprise produit-elle par jour ?

Correction :

On fait la division euclidienne de 5 184 par 6 :

$$\begin{array}{r} 5184 \\ \underline{48} \\ 038 \\ \underline{036} \\ 0024 \\ \underline{0024} \\ 0000 \end{array}$$

$$5184 \div 6 = 864$$

L'entreprise produit 864 packs d'eau par jour.

Exercice 4 :

Sur son balcon, Monsieur Nacio dispose de dix jardinières de 143 litres.

Combien de sacs de terreaux de 40 litres Monsieur Nacio doit acheter pour remplir toutes ses jardinières.

Correction :

Tout d'abord on doit connaître combien de litres les dix jardinières représentent :

$$143 \times 10 = 1430$$

Monsieur Nacio a 1 430 litres de jardinières dans son balcon.

Pour connaître le nombre de sacs de 40 litres que monsieur Nacio doit acheter, on fait la division euclidienne de 1 430 par 40.

$$\begin{array}{r} 1430 \\ \underline{120} \\ 0230 \\ \underline{0200} \\ 0030 \end{array}$$

$$1430 = 40 \times 35 + 30$$

On observe que si Monsieur Nacio n'achète que 35 sacs, il manquera 30 litres pour remplir toutes les jardinières. Il devra donc acheter 36 sacs.

II./ Division décimale

Une division décimale est une opération qui associe à deux nombres (dividende et diviseur) un quotient.

Exemple 1 :

Division décimale de 17,9 par 4 :

1 7,9 0 0	4
1 6	4,4 7 5
1 9	
1 6	
0 3 0	
2 8	
2 0	
2 0	
0	

Dès qu'on abaisse le chiffre des dixièmes du dividende, on place la virgule dans le quotient.

Quand il n'y a plus de chiffre à abaisser, on rajoute un zéro pour continuer.

Le RESTE est nul : on s'arrête là.

Exemple 2 :

Matteo, Maria et Tom ont acheté 16,2 kg de légumes. Ils veulent les répartir équitablement. Quelle masse de légume aura chacun d'eux ?

On fait la division euclidienne de 16,2 par 3.

On observe que :

$$16,2 \div 3 = 5,4$$

On peut donc dire que Matteo, Maria et Tom repartiront avec 5,4 kg de légumes chacun.

1 6,2	3
- 1 5	5,4
1 2	
- 1 2	
0	

Exercices : divisions décimales

Exercice 1 : Dans chaque cas, calculez le prix d'une sucette :

1./ Deux sucettes coutent 0,54 €.

2./ Trois sucettes coutent 0,39 €.

Correction :

0,54	2
0 5	0,27
4	
1 4	
1 4	
0 0	

Dans le premier cas, une sucette coute 0,27 €.

$$\begin{array}{r}
 0,39 \\
 \underline{03} \\
 09 \\
 \underline{09} \\
 00
 \end{array}$$

Dans le deuxième cas, une sucette coûte 0,13 €.

Exercice 2 :

Le terrain d'un futur lotissement a une aire de 15 327 m². Sur ce terrain seront réalisés 25 parcelles de la même aire.

Quelle sera l'aire de chaque parcelle ?

Correction :

On pose la division de 15 327 par 25.

$$\begin{array}{r}
 15327,00 \\
 \underline{150} \\
 0032 \\
 \underline{0025} \\
 00077 \\
 \underline{00075} \\
 000020 \\
 \underline{000000} \\
 0000200 \\
 \underline{0000200} \\
 0000000
 \end{array}$$

On observe que :

$$15\,327 \div 25 = 617,08$$

On peut conclure que chaque parcelle aura une aire de 617,08 m².

Exercice 3 :

Deux vendeurs de bijoux sont côte à côte dans un marché.

Le premier vendeur vend dix bracelets brésiliens à 18 €.

Le second vendeur vend trois bracelets brésiliens à 6,3 €.

Quel vendeur vend ses bracelets brésiliens le moins cher ?

Correction :

Pour savoir celui qui est le moins cher, on calcule le prix d'un bracelet. Pour cela on divise le prix par le nombre de bracelets vendus.

Premier vendeur :

$$\begin{array}{r} 18,0 \\ \underline{10} \\ 080 \\ \underline{080} \\ 000 \end{array}$$

$$18 \div 10 = 1,8$$

Le premier vendeur vend un bracelet à 1,8 €.

Second vendeur :

$$\begin{array}{r} 6,300 \\ \underline{6} \\ 03 \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

$$6,3 \div 3 = 2,1$$

Le second vendeur vend un bracelet à 2,1 €.

C'est donc le premier vendeur qui vend ses bracelets brésiliens le moins cher.

III./ Critères de divisibilité

Définition : Un nombre entier M est appelé **multiple** d'un autre nombre entier D si en multipliant D par un nombre entier on obtient M .

En d'autres termes, si M est dans la table de D .

Exemple :

On peut dire que 45 est un multiple de 5 car :

$$5 \times 9 = 45$$

On peut dire que 100 est un multiple de 50 car :

$$100 = 50 \times 2$$

Définition : Un nombre entier D est appelé **diviseur** d'un autre nombre entier M , si en divisant M par D on obtient un nombre entier.

En d'autres termes, si M est dans la table de D . C'est-à-dire si M est multiple de D .

Exemple :

On peut dire que 7 est un diviseur de 42 car :

$$42 \div 7 = 6$$

Définition : On dit que M est divisible par D , si M est multiple de D , soit D est diviseur de M .

Propriétés :

Un nombre entier est pair, donc divisible par 2, si son dernier chiffre est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible par 4, si ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Un nombre entier est divisible par 5, si son dernier chiffre est 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible par 10, si son dernier chiffre est 0.

Un nombre entier est divisible par 3, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Un nombre entier est divisible par 9, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemple :

a./ 978 135 est-il divisible par 3 ?

b./ 978 135 est-il divisible par 9 ?

Réponse :

$$9 + 7 + 8 + 1 + 3 + 5 = 33$$

On sait que 33 est dans la table de 3 : $33 = 3 \times 11$

On sait que 33 n'est pas dans la table de 9.

On peut donc dire que 978 135 est un divisible par 3, mais pas par 9.

Exercices : Critères de divisibilité

Exercice 1 : Les nombres suivants, sont-ils divisibles par 2, 4, 5, 10, 3 et 9 ?

96 ; 148 ; 565 ; 1 230 ; 536 ; 1 944.

Correction :

96 est divisible par 2 car il est pair, par 4 car $24 \times 4 = 96$, il n'est pas divisible par 5 car ne finit pas par 0 ou 5 ni par 10 car ne finit pas par 0.

$9+6=15$. 15 est dans la table de 3 mais pas celle de 9. 96 est donc divisible par 3 mais pas par 9.

148 est divisible par 2 car il est pair, par 4 car $4 \times 12 = 48$, il n'est pas divisible par 5 car il ne termine pas par 5 ou 0, ni par 10 car il ne termine pas par 0.

$1 + 4 + 8 = 13$. 13 n'est ni dans la table de 3 ni dans celle de 9. 148 n'est donc divisible ni par 3 ni par 9.

565 n'est divisible ni par 2 ni par 4 car il n'est pas pair. Il est divisible par 5 car il termine par 5, mais n'est pas divisible par 10 car il ne termine pas par 0.

$5 + 6 + 5 = 16$. 16 n'est ni dans la table de 3 ni dans celle de 9. 656 n'est donc divisible ni par 3 ni par 9.

1 230 est divisible par 2 car il est pair, il n'est pas divisible par 4 car 30 n'est pas dans la table de 4, il est divisible par 5 et 10 car il termine par 0.

$1 + 2 + 3 + 0 = 6$. 6 est dans la table de 3 mais pas de 9. 1 230 est donc divisible par 3 mais pas par 9.

536 est divisible par 2 car il est pair. Il est divisible par 4 car $9 \times 4 = 36$. Il n'est pas divisible par 5 car ne termine ni par 0 ni par 5 et n'est pas divisible par 10 car ne termine pas par 0.

$5 + 3 + 6 = 14$. 14 n'est ni dans la table de 3 ni dans la table de 9. 536 n'est donc divisible ni par 3 ni par 9.

1 944 est divisible par 2 car il est pair. Il est divisible par 4 car $4 \times 1 = 44$. Il n'est pas divisible par 5 car ne termine ni par 0 ni par 5. Il n'est pas divisible par 10 car ne termine pas par 0.

$1 + 9 + 4 + 4 = 18$. 18 est à la fois dans la table de 3 et dans la table de 9. 1 944 est donc divisible par 3 et par 9.

Exercice 2 :

L'entreprise KAIE produit 15 456 verres par jour.

1./ Peut-elle répartir ses verres dans des cartons de trois verres, sans qu'il n'en reste ?

2./ Même question pour des cartons de 4 verres ?

3./ Combien de verres faudra-t-il en plus pour les répartir dans des cartons de 10 verres ?

Correction :

1./ On regarde si 15 465 est divisible par 3.

$1 + 5 + 4 + 6 + 5 = 21$. 21 est dans la table de 3. 15 465 est donc divisible par 3.

Oui l'entreprise peut répartir ses verres dans des cartons de 3 verres.

2./ 15 465 n'est pas un nombre pair, il ne peut donc pas être divisible par 4. L'entreprise ne peut donc pas les répartir dans des cartons de 4 verres sans qu'il en reste.

3./ Pour savoir combien de verres il faut ajouter pour que l'on puisse les répartir dans des cartons de 10 verres sans qu'il en reste, il faut faire en sorte que le nombre de verres termine par 0. Or 15 465 termine par 5. Si on ajoute 5 verres cela fait 15 470. Ce nombre est divisible par 10. Il faut donc ajouter 5 verres.

IV./ Division par 10 ; 100 ; 1 000 ; 0,1 ; 0,01 ; 0,001

Diviser un nombre par 10 ou 100 ou 1000 revient à le multiplier par 0,1 ou 0,01 ou 0,001.

Exemples :

$$79,54 : 10 = 79,54 \times 0,1 = 7,954$$

$$79,54 : 1000 = 79,54 \times 0,001 = 0,07954$$

Diviser un nombre par 0,1 ou 0,01 ou 0,001 revient à le multiplier par 10 ou 100 ou 1000.

Exemples :

$$79,54 : 0,1 = 79,54 \times 10 = 795,4$$

$$79,54 : 0,001 = 79,54 \times 1000 = 79540$$